La résolution de problèmes en questions

Catherine Houdement,
IUFM de Haute Normandie, DIDIREM Paris 7

La résolution de problèmes a toujours été jugée difficile par les enseignants. Pourtant elle occupe une place privilégiée dans les programmes de mathématique du primaire de 2002. Pourquoi tient-elle tant de place ? En quoi peut-elle à la fois favoriser chez l'élève l'apprentissage d'une nouvelle notion et permettre d'évaluer la connaissance de cette même notion ? Peut-on découper son enseignement en questions de lecture, de traitement de l'information ? Peut-on apprend à résoudre des problèmes en général ?
Nous tentons de répondre à ces questions au fil d'un texte en quatre parties : la première rappelle la nécessité d'agir dans les classes sur la résolution de problèmes, la seconde cerne la place à lui donner tout au long de l'école, la troisième précise ce que l'on sait actuellement des processus de résolution de problèmes, la dernière enfin fait le lien entre la résolution de problèmes et la construction de connaissances.

Des résultats qui interrogent

Les évaluations nationales nous donnent des indices sur les performances en mathématiques des élèves de primaire. Considérons les réussites à l'exercice 32 de l'évaluation 6ème 2002.

Xavier range les 50 photos de ses dernières vacances dans un classeur. Chaque page contient 6 photos. a) Combien y aura-t-il de pages complètes ? b) Combien y a t il de photos sur la page incomplète ?

Seulement 58,0 % d'élèves ont réussi. Pourtant diverses procédures sont possibles pour trouver la solution : l'élève peut reconnaître que le problème relève d'une division et chercher le quotient de 50 par 6 ; il peut aussi utiliser une multiplication et réciter la table de 6 pour arriver à plus près de 50 ; il peut encore calculer des additions jusqu'à approcher 50… . Ces dernières connaissances relevant du début du cycle 3, il paraît donc étonnant que si peu d'élèves de début de collège aient réussi à fournir les bonnes réponses au problème.
Cela nous conduit donc à une question plus générale :
Pourquoi les élèves n'utilisent–ils leurs connaissances dans les problèmes ?
qui va rebondir en
Comme faire pour que les élèves utilisent leurs connaissances ?

Nous faisons l'hypothèse que certains des obstacles à la mobilisation de connaissances résident dans les faits suivants : les élèves n'ont pas conscience que 'trouver' passe par 'chercher', ils n'osent pas essayer autre chose que ce qu'ils croient attendu par le professeur, ils ne comprennent pas pourquoi la réponse annoncée est la seule valide, le professeur ne montre peut-être pas assez qu'il accepte des démarches différentes…dans la mesure où elles donnent la réponse exacte….
Il nous semble qu'une des conditions de la mobilisation des connaissances[1] réside dans les attitudes : attitude de l'élève qui prend des initiatives, attitude du professeur qui, d'une part, encourage et aide l'élève à comprendre le pouvoir que lui donne sa pensée dan la mesure où il lui laisse vérifier que ses prévisions sont justes, d'autre part, sait que la résolution d'un problème dépend étroitement des connaissances en jeu dans ce problème. Et ce dès les plus petites classes.

[1] A partir du moment où celles-ci existent

UTILISER SES CONNAISSANCES DÈS LE CYCLE 1

1 Le jeu des balles brûlantes en MS

Prenons l'exemple suivant, un jeu très usuel, celui des balles brûlantes. Dans la salle de jeu, s'affrontent par exemple deux équipes de 6 enfants de part et d'autre d'une ligne de bancs symbolisant une rivière ; les autres élèves regardent ; chaque équipe possède des balles. Au premier signal, parce que les balles sont brûlantes, les élèves se débarrassent des balles en les lançant dans le camp des adversaires, et ce sans arrêt. Au second signal tout s'arrête, l'équipe gagnante est celle qui a le moins de balles.
Ce jeu présente deux sous-tâches mathématiques : (1) répartir les balles dans chaque équipe, (2) trouver qui a le moins de balles à la fin. Examinons deux déroulements, ceux de deux maîtres fictifs A et B.

Pour (1) le maître A distribue le même nombre de balles à chaque équipe (les verts et les bleus).
Pour (2), le maître A laisse les balles éparpillées dans la salle et les compte en les pointant de loin du doigt. Les élèves sont spectateurs. Puis A annonce : les verts, 5 et les bleus, 7. Il demande quelle équipe a gagné, quelle équipe a le moins de balles. Les avis des élèves fusent, ils sont partagés : A conclut alors que ce sont les verts, car 5 c'est moins que 7.

Pour (1), le maître B montre une collection de balles, demande aux élèves comment faire pour que les verts et les bleus aient le même nombre de balles, écoute les propositions, laisse agir. Puis B demande si la classe est d'accord, pourquoi c'est pareil...
Pour (2), le maître B commence par rassembler les balles dans les camps de chaque équipe de part et d'autre de la rivière, demande ce qu 'il faut vérifier pour voir quelle équipe a gagné. B revient sur le moins possible, le plus petit nombre. Puis il laisse les élèves faire des propositions.
Certains essaient de compter, finalement on arrive à 5 et 7. Mais les avis sont partagés sur quel est le moins, quel est le plus petit nombre, 5 ou 7 ?
B demande de trouver un moyen pour être sûr de savoir qui a le moins. Les élèves peuvent réaliser une correspondance terme à terme en alignant de façon symétrique les ballons de part et d'autre du banc. B demande aux élèves de conclure qui a gagné et pourquoi. Il ajoute que maintenant on est sûr que 5 est plus petit que 7.

Ces deux scénarii, certes un peu caricaturaux, témoignent de deux attitudes de la part du professeur :
Pour la question (1), A ne laisse pas les élèves s'emparer du problème de partage de 12 en deux : il se peut qu'il pense que les élèves ne savent ni compter jusqu'à 12, ni diviser par 2. Mais ces connaissances expertes ne sont pas nécessaires pour résoudre le problème : les élèves peuvent aussi, par exemple, faire deux tas « à vue », puis ajuster les collections de façon à ce qu'elles soient égales en quantité ; cette égalité peut être vérifiée avec tous les élèves grâce la correspondance terme à terme. B par contre essaie de laisser les élèves construire une solution à leur mesure tout en leur laissant avoir un contrôle sur sa validité.
Pour la question (2), A, concentré sur le jeu de balles, prend à sa charge les conclusions et évite aux élèves d'avoir à penser. B essaie d'engager les élèves dans toute tâche nécessitant de la réflexion, et surtout il leur montre, dans la mesure du possible, comment leurs réponses peuvent se confronter à la réalité : si on a compté 5 et 7 et qu'on ne sait pas quel est le plus petit, quel est le moins, on cherche un autre moyen pour savoir et on contrôle qu'on est bien

tous d'accord : la correspondance terme à terme contribue aussi à apprendre l'ordre entre 5 et 7.

La situation est encore plus intéressante quand l'élève constate par lui-même l'échec de sa proposition : ce n'est pas le professeur qui valide, il voit par lui-même qu'il n'a pas réussi, il est alors prêt à recommencer surtout si le fait de vérifier lui fait entrevoir comment rectifier…..
Prenons un autre exemple.

2 Le jeu du juste assez en GS[2]

L'activité consiste à aller chercher des voyageurs pour les placer sur des sièges vides dans un wagon. Les wagons sont matérialisés par des cartons à chaussures, avec posées sur le fond, des fiches marquées de cases (les places) par exemple 7, 8, 9. Des bouchons représentent les voyageurs, ils sont placés loin du wagon. Chaque élève est responsable d'un wagon..
De nouveau, comparons deux déroulements fictifs autour d'un élève, celui du professeur C et celui du professeur D.

Supposons que l'élève ait un wagon avec 7 places libres.
Dans la classe de C, l'élève ramène 6 voyageurs, les pose, reste perplexe. C lui dit « tu t'es trompé, il faut bien compter les places, compte... ». L 'élève compte, repart avec tous ses voyageurs, ramène une nouvelle collection. C conclut « c'est bien, tu as réussi »..
Dans la classe de D, l'élève pose ses 6 voyageurs. D lui dit : « As tu réussi ?… Comment le sais tu ?… Que dois tu faire maintenant ? ». Puis il laisse repartir l'élève avec ou sans la collection déjà posée. D lui fait les même remarques au retour.
Puis, D lui redonne la même tâche avec un autre nombre… : à aucun moment, D ne parle de compter ; D laisse l'élève dire tout seul s'il a réussi ou non.
Puis D aide l'élève à formuler ce qu'il fait faire pour réussir.

Le professeur C souhaite aider l'élève et lui éviter l'erreur : il lui souffle une procédure pour l'aider, il valide à la place de l'élève.
Le professeur D laisse l'élève autonome dans la résolution du problème, dans la mesure où l'élève a bien compris la tâche et le but visé. Il l'aide à commenter ses actions et à conclure sur sa réussite ou sa non-réussite, il l'engage à recommencer pour réussir.

Là encore l'outil expert est le nombre : pour réussir, il est nécessaire de dénombrer la collection de places vides, de garder cette quantité en mémoire, puis de prendre une même quantité de voyageurs. Le fait de poser les voyageurs à leur place valide ou invalide tout le processus, en dehors du professeur.
Mais l'élève (qui sait compter au-delà de 7) n'utilisera pas nécessairement spontanément le nombre dans cette activité. Pour lui, compter correspond souvent à la réponse à l'injonction 'compte', mais il n'a pas nécessairement pris conscience que ce nombre est utile pour se rappeler une quantité, comparer deux quantités, partager une quantité. C'est à l'occasion de problèmes de ce type qu'il construit le sens du nombre, qu'il comprend à quoi il sert…Encore faut-il lui laisser le temps de recommencer, de réessayer. Ce sont ces expériences qui renforceront son aptitude à essayer, à contrôler.
Le scénario du professeur D nous donne un exemple de situation autovalidante. Ce type de situations est particulièrement prisé à l'école car elles contribuent à construire un rapport de l'élève au savoir qui est indépendant du maître : c'est l'élève qui, progressivement, peut dire

[2] Réf ERMEL (1990) *Apprentissages numériques* GS Editions Hatier

s'il a réussi ou non et peut rectifier sa proposition ; il a alors par la suite plus de courage pour essayer, recommencer.

Mais parfois, au fil des ans, cette aptitude à essayer, à contrôler s'est perdue : les élèves se précipitent alors vers les valeurs numériques, essaient de les combiner en une opération… ou ils se sentent découragés, attendant que les meilleurs trouvent : peur du risque, peur de se tromper ; croyance à un effet magique qui fait que certains trouvent et d'autres non., conception particulière des problèmes où il s'agit de 'deviner' une 'bonne' opération…. autant d'obstacles à leur engagement dans la tâche, autant d'obstacles à leur velléité de trouver.
Comment donc engager la restauration d'une attitude positive face aux problèmes ?

Utiliser ses connaissances pour Essayer, oser et contrôler

Certains des obstacles à un engagement adapté des élèves dans la résolution de problèmes se trouvent dans des conceptions erronées des élèves sur les problèmes, du type :
- un problème fait toujours intervenir des nombres ;
- le maître attend que je fasse une opération entre les nombres, que je combine les nombres entre eux[3] ;
- pour résoudre un problème, il faut faire comme le maître qui corrige au tableau ;
- pour résoudre le problème, il faut savoir ;
- seul le maître (ou les parents) peut contrôler si le problème est bon ou faux…

Il est alors nécessaire que le professeur veille à recréer les conditions d'une recherche plus engagée en donnant des problèmes à enjeu fort pour les élèves, en mettant en place des organisations de classe avec d'abord un travail individuel, puis un travail en groupe pour oser échanger et visant à la présentation d'une réponse, suivi d'une mise en commun des réponses, puis d'une discussion des réponses pour amener les élèves à prendre conscience :
- qu'on ne fait pas tous pareil, mais que tout peut être correct,
- qu'il faut essayer, se tromper pour trouver,
- qu'on peut parfois savoir soi-même si on a raison ou pas…
- que raisonner ne signifie pas seulement calculer, mais aussi obtenir de nouvelles informations à partir d'anciennes….

Il est souvent efficace de choisir à cette occasion des problèmes que je qualifierais d'atypiques' dont je donne quelques exemples dans l'annexe jointe.
Figurent des problèmes sans calcul et pourtant avec de nombres (comme les exemples 1 et 8 de l'annexe) ; des problèmes sans nombres (problèmes géométriques[4], problèmes 'logiques[5]' comme l'exemple 2 de l'annexe) ; des problèmes numériques (comme les exemples 5, 6 et 7 de l'annexe[6])
Leur contexte peut être inhabituel, ils ne sont pas nécessairement écrits mais peuvent être mimés, éclairés par du matériel, conduire à la fabrication d'un objet (ainsi la reproduction d'un dessin géométrique sous contrainte de dimensions).

---

[3] ce qui est implicitement sous jacent à l'exigence de présentation liée aux problèmes du *type Solution / Opération* qui serait avantageusement remplacée par *Recherche / Conclusion*.
[4] Voir entre autres *Travaux géométriques, apprendre à résoudre des problèmes au cycle 3* (dir. L.Roye, 2000) IREM de Lille, CRDP Nord Pas de Calais.
[5] Il s'agit de traiter des informations pur en produire des nouvelles
[6] qui ne se résolvent pas par une combinaison des nombres du texte, mais où il s'agit de faire des hypothèses sur des réponses possibles et de tester ces hypothèses.

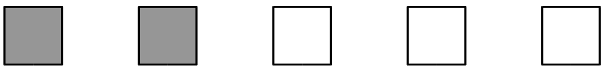
Ils doivent répondre autant que faire se peut aux conditions d'un « bon problème » initialisées par DOUADY (1986) :
•l'élève peut comprendre la situation,
•l'élève peut imaginer la situation résolue,
•l'élève peut s'engager dans la résolution avec ses connaissances,
•la question soit résistante, la réponse ne soit pas immédiate,
•l'élève a à construire un raisonnement spécifique,
•l'élève peut faire des essais, ait droit à plusieurs essais,
•l'élève peut contrôler ses essais.

Il est important que le dispositif de classe soit tel que l'élève ait envie de s'engager dans la résolution, soit parce que le problème représente un défi, soit parce que le dispositif de classe le créée, l'objectif visé étant que ces activités l'aident à revoir sa conception du problème en général, qu'il trouve une confiance en lui pour se lancer dans la résolution.

Etudions un tel problème[7] pour préciser son intérêt au début de cycle 3 notamment pour rencontrer des problèmes à plusieurs solutions et des problèmes dont on est sûr qu'ils sont sans solution[8].

Il s'agit de répartir des jetons dans des boîtes grises et des boîtes blanches.
Il doit y avoir le même nombre de jetons dans des boîtes de la même couleur.
Est ce possible de trouver des répartitions avec les matériels suivants ?

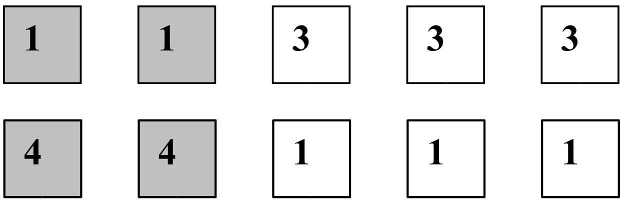
a) 17 jetons, 2 boîtes grises et 3 boîtes blanches



b) 17 jetons, 2 boîtes grises et 4 boîtes blanches

c) 20 jetons, 2 boîtes grises et 4 boîtes blanches

Ce problème peut être donné par écrit ou par oral avec des boîtes visibles Par exemple avec 11 jetons, 2 boîtes grises et 3 boîtes blanches, il y a deux répartitions possibles..



Pour plus de détail sur des mises en œuvre possibles, nous envoyons à l'article de *Grand N* n°64 Mise en boîte.
Ces problèmes peuvent être résolus de plusieurs façons (plusieurs procédures) par des essais validés par le contrôle du même nombre dans les boîtes de même couleur et du nombre total

[7] Référence *Grand N* n°60 fiche Points de départ et article *Mise en boîte* (ROGRIGUEZ 1998) Grand N °64 pages 27-38 . Aussi dans le numéro spécial 2003 *Grand N Points de Départ* pages 88-89.
[8] D'où l'importance de distinguer les expressions *Solution* (l'objet final à exhiber) de *Démarche*, *Méthode de recherche*, *Procédure.*

de jetons : soit j'essaie une quantité au hasard dans les boîtes grises et je complète dans les blanches, soit j'essaie une quantité au hasard dans les boîtes blanches et je complète dans les grises, soit j'essaie 1 dans les grises et je complète, puis 2 dans les grises et ainsi de suite jusqu'à la fin…
Le problème a comme l'exemple donné a plusieurs solutions.
Le problème b par contre n'a pas de solution. Des essais peuvent le laisser supposer, des essais systématiques peuvent le prouver. L'activation de connaissances sur les propriétés des nombres peut réduire le temps de recherche de cette preuve : dans 2 boîtes grises je mets un nombre pair de jetons, dans 4 boîtes blanches aussi, je ne peux donc trouver qu'un nombre pair pour le nombre total de jetons ; or 17 n'est pas pair.
Le problème c a encore plusieurs solutions, plus encore si on accepte que des boîtes soient vides ; ce qui peut faire d'un consensus avec les élèves.

Ces séances de résolution de problèmes pour chercher ont comme objectifs de faire prendre conscience de la signification de chercher, de l'intérêt de connaître des outils mathématiques, de contrôler son résultat et de mettre en place cette attitude face à tout problème.

ATTENTION AUX PROPOSITIONS DES MANUELS SCOLAIRES CONCERNANT LA MÉTHODOLOGIE DE RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

Depuis les années 1990 sont apparues dans les manuels scolaires, en parallèle des progressions sur des notions mathématiques (addition, multiplication, quadrilatères...), des leçons de type méthodologique regroupées sous l'expression 'Résolution de problèmes'. Nous avons, dans des articles de *Grand N*[9], mis en garde les professeurs contre la proposition aux élèves de tâches discutables, amenant ceux-ci à s'interroger sur l'idée de problème (très souvent uniquement numérique) sans en résoudre. Rappelons quelques-uns unes des consignes discutables que nous avions pointées, en ajoutant un bref commentaire en italique.
•Chercher si le texte proposé est un problème : *ce n'est pas à l'élève de faire le travail du maître, l'élève doit certes comprendre ce qu'on attend de lui, mais par rapport au problème posé.*
•Chercher les informations utiles (ou inutiles) sans résoudre *cette action est intimement mêlée au traitement du problème : chacun prélève les informations nécessaires en fonction des connaissances qu'il a. Proposer cette consigne fait croire aux élèves à une antériorité de la prise d'informations sur le traitement du problème.*
•Chercher les informations manquantes : *a priori, dans un problème de mathématiques scolaire classique, il ne manque pas d'informations ; faire croire le contraire contribue souvent à accroître l'inquiétude des élèves en difficulté sur ce thème.*
Ainsi très souvent ces activités sont menées au détriment de véritables résolutions menées à terme et exploitées de façon à ce que les élèves comprennent la variété des chemins de recherche possibles et le rôle que jouent leurs connaissances dans la résolution. Elles sont rarement une aide aux élèves en difficulté dans la mesure où elles sont souvent vidées d'intention mathématique.

Ceci nous amène à préciser ce qu'est un problème et ce que l'on sait du « **comment on le résout** ».

[9] Grand N n°63 BALMES, S.COPPE (1999) 'Les activités dans la résolution de problèmes au cycle 3' et HOUDEMENT C.(1999) 'Le choix des problèmes pour « la résolution de problèmes »'.

QU'EST CE QU'UN PROBLÈME ? COMMENT SE RÉSOUT UN PROBLÈME ?

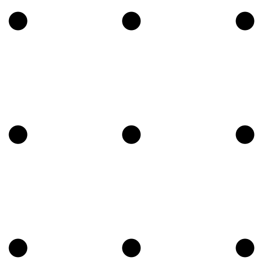
Nous nous appuyons sur deux psycho-cogniticiens qui s'intéressent aux mathématiques J.BRUN et J.JULO.

Jean BRUN (1999) affirme dans la revue *Math Ecole* n°141 (l'équivalent de la revue *Grand N* en Suisse) :
« Dans une perspective psychologique, un problème est généralement défini comme une situation initiale avec un but à atteindre, demandant un sujet d'élaborer une suite d'actions ou opérations pour atteindre ce but. Il n'y a problème que dans un rapport sujet/situation, où la solution n'est pas disponible d'emblée mais possible à construire. C'est dire aussi qu'un problème pour un sujet donné peut ne pas être un problème pour un autre sujet, en fonction de leur développement intellectuel par exemple. ».

Jean JULO (1995) essaie de décrire trois processus en jeu quand on résout un problème, processus qu'il regroupe dans l'expression 'représentation du problème'[10]. Il insiste sur le fait que ces processus ne sont pas successifs mais simultanés.
Pour le premier processus, d'interprétation et sélection, il affirme qu'il est faux de croire que les informations dont on a besoin pour résoudre le problème sont là, bien visibles. Ce qui est donné, c'est un **contexte sémantique qu'il faut interpréter** pour avoir accès aux informations. Ce sont les **connaissances que nous avons à un moment donné** qui guident notre interprétation.
Le deuxième processus est celui de structuration : la représentation d'un problème ne se construit pas de façon juxtaposée, mais elle forme **un tout cohérent qui se structure**, c'est aussi pour cela qu'il ne s'agit pas seulement d'apprendre des éléments juxtaposés pour réussir. C'est ainsi que parfois nous restons bloqués dans la résolution d'un problème parce que nous n'envisageons pas de sortir du cadre que nous nous sommes fixé et qui pourtant n'est pas efficace.
Le processus d'opérationnalisation est le processus qui permet **le passage à l'action effective** (calculs, tracés…) **ou mentale** (raisonnement, déductions…..). Ce passage à l'action résulte de **la mise en œuvre de connaissances opératoires, issues de nos expériences passées.**

Pour illustrer les deux derniers processus, l'exercice suivant (cité par JULO) est en général assez efficace : nous laissons le lecteur s'atteler à la tâche.

Reliez ces neuf points par une ligne brisée de quatre segments qui passe une et ne seule fois par chacun des points[11]



[10] attention cette expression au sens de JULO ne se réduit pas à un dessin ou un schéma : elle signifie tout ce que l'élève construit pour avancer de l'énoncé de départ vers la solution.

[11] Le lecteur est souvent bloqué parce que il a décidé seul de pas sortir du cadre constitué par les neuf points : il a structuré la figure en un carré ; or pour réussir il faut tracer des segments qui sortent du carré.

Pour illustrer le premier processus, considérons les quatre énoncés suivants :

Il s'agit à chaque fois de calculer le nombre de tulipes dans un massif :
a) un massif de fleurs, formé de 60 tulipes rouges et 15 tulipes jaunes ;
b) un massif de 60 rangées de 15 tulipes ;
c) un massif de 60 fleurs, formé de tulipes et de 15 jonquilles ;
d) 60 tulipes disposées en 15 massifs réguliers.

S'il nous est demandé de résoudre ces problèmes, nous savons trouver la solution par l'opération adaptée. Pourtant ces quatre problèmes se ressemblent : même contexte, mêmes valeurs numériques, même question. Comment arrivons-nous à les discerner quant au traitement à mener pour arriver à la solution ? Certains diront peut-être, par exemple, que le mot 'rangées' (dans le b) évoque 'naturellement' une multiplication. Pourtant aucun enseignant n'utilisera une multiplication si le texte a) est transformé en
a') un massif de fleurs, formé de 60 tulipes rouges disposées en rangées de 10 et de15 tulipes jaunes disposées en rangées de 5.

Comment résolvons-nous donc ces problèmes ? JULO dit que nous interprétons le contexte sémantique et nous lui associons spontanément une opération **car nous avons les connaissances qui ont créé cette association,** nous avons construit des associations entre contexte et opération numérique, associations qui se révèlent souvent efficaces, ce qui contribue à renforcer leur disponibilité[12].

Se pose donc la question : **comment aider l'élève à construire ces connaissances ?** C'est tout l'enjeu de l'enseignement des mathématiques : faire que l'élève construise des connaissances de façon à savoir les utiliser dans tout problème.

Des problèmes pour construire de nouvelles connaissances.
Un exemple : l'addition et la soustraction.

Comment donc aider l'élève à construire ces connaissances ?
Encore par la résolution de problèmes.
En effet d'après G..VERGNAUD[13] « le savoir se forme à partir de problèmes à résoudre, c'est-à-dire de situations à maîtriser …Les conceptions des élèves sont façonnées par les situations qu'ils rencontrent ». D'après JULO, on agit parce qu'on interprète un contexte : par exemple, si l'élève n'a pas construit l'association entre le symbole – (moins) et un certain nombre de problèmes, il ne peut pas de lui-même faire appel à cette opération dans d'autres problèmes. Les apprentissages liés aux opérations se font d'abord par la résolution de problèmes : dans un premier temps, les élèves ne savent pas les résoudre de façon experte, ils mettent alors en œuvre des actions (dessins, comptage…) dans la mesure où ils ont compris quelle était la situation initiale et le but à atteindre.
Pour construire le sens des opérations, l'élève apprend à résoudre :

–des problèmes d'addition et de soustraction (*les structures additives*)
–des problèmes de multiplication, de division, de proportionnalité (*les structures multiplicatives*)… etc.

Le rôle du maître est de proposer de façon répétée, des problèmes variés dans le champ du domaine étudié.

---

[12] JULO nomme ces associations des 'schémas de problèmes'.
[13] *Grand N* n°38 « Psychologie du développement cognitif et didactique des mathématiques »

L'élève sera alors amené à repérer des régularités et des différences : voir qu'il met en œuvre le même type d'actions, qu'il traite de la même façon certains problèmes et/ou que le professeur les résume avec la même écriture.
Par exemple pour les structures additives, le professeur choisit des problèmes variés visant à créer la prise de conscience des régularités de traitement. Il laisse les élèves donner leurs procédures personnelles, mais conclut avec les écritures licites : a+b=c ou a-b=c

Le professeur est responsable des problèmes qu'il choisit pour aider les élèves à construire ses connaissances. Considérons donc le champ de structures additives, c'est-à-dire tous les problèmes qui relèvent de l'addition et de la soustraction ; concentrons-nous sur les problèmes à deux données dont il faut déterminer la troisième.
Sur ce thème aussi, la didactique des mathématiques a progressé. Considérons par exemple les réussites aux problèmes fournies par le tableau suivant[14] :

Types de problème	**Proportion de réussite sur 100**			
	Mat	CP	CE1	CE2
1- X a 3 billes. Y a 5 billes. Combien X et Y ont – ils de billes ensemble ?	100	100	100	100
2- X avait 3 billes. Puis Y lui a donné 5 billes. Combien de billes a maintenant X ?	87	100	100	100
3- X avait des billes. Il en a donné 5 à Y. Maintenant X a 3 billes. Combien avait-il de billes ?	22	39	70	80
4- X avait 8 billes. Puis il a donné 5 billes à Y. Combien de billes a maintenant X ?	100	100	100	100
5-.X et Y ont ensemble 8 billes. X a 3 billes. Combien Y a-t-il de billes ?	22	39	70	100
6- X avait 3 billes. Y lui en a donné. X a maintenant 8 billes. Combien de billes Y a-t-il données à X ?	61	56	100	100
7- X avait 8 billes. Il en a donné à Y. Maintenant X a 3 billes. Combien de billes X a-t-il données à Y ?	91	78	100	100

Ainsi un grand nombre de problèmes relevant d'une soustraction sont beaucoup mieux réussis que d'autres relevant d'une addition. A contexte égal, à mêmes valeurs numériques, tous les problèmes relevant de l'addition ne sont pas de même difficulté.
Les chercheurs nous disent qu'il n'y a pas lieu de séparer l'enseignement de l'addition et celui de la soustraction[15]. Ces nuances apparaissent dans la rédaction des documents d'application des nouveaux programmes 2002. Ainsi l'élève doit rencontrer des problèmes d'addition et des problèmes de soustraction dès la fin du cycle 1 (problèmes oraux mimés….). Par contre la technique opératoire de la soustraction est plus complexe que celle de l'addition.. C'est pourquoi son exigence dans les programmes 2002 est différée au début du cycle 3.

[14] Cité par FAYOL (1990) page 151. *L'enfant et le nombre. Du comptage à la résolution de problèmes.* Editions Delachaux et Niestlé, suite à une typologie initiée par VERGNAUD (1985)

[15] : G.VERGNAUD a introduit la notion de champ conceptuel de 'structures additives'. Pour plus d'informations consulter le guide pédagogique de VERGNAUD et al (1997) *Moniteur de mathématiques* Résolution de problèmes cycle 3. Nathan

Conclusion

Les problèmes jouent un rôle fondamental dans l'apprentissage des mathématiques pour construire les connaissances, les faire fonctionner, les stabiliser, les évaluer. Ces fonctions s'articulent dans le long temps d'apprentissage (au moins celui de l'école) sur les différents champs conceptuels.
Le professeur donne des problèmes à résoudre à ses élèves avec différents objectifs. Les programmes 2002 distinguent ainsi, par l'intention d'apprentissage qu'y met le professeur, quatre types de problèmes :

- les **problèmes de recherche**, c'est-à-dire des problèmes pour lesquels l'élève ne dispose pas de démarche préalablement explorée ;
  - certains de ces problèmes sont utilisés pour permettre la **construction de connaissances nouvelles**,
  - d'autres sont davantage destinés à placer l'élève en situation de **chercher**, d'élaborer une solution originale ;
- les **problèmes** destinés à permettre l'utilisation des acquis antérieurs dans des situations **d'application et de réinvestissement,**
- les **problèmes** destinés à permettre l'utilisation conjointe de plusieurs connaissances dans des situations plus **complexes.**

Il n'existe pas de compétence générale de résolution de problèmes : réussir à résoudre des problèmes est liée d'une part à l'attitude de l'individu face au problème, d'autre part à la possession de connaissances en jeu dans le problème

Pour conclure définitivement ajoutons...
Les connaissances sur l'enseignement des mathématiques ont beaucoup progressé depuis une vingtaine d'années. Il n'est pas étonnant que les propositions actuelles d'enseignement soient renouvelées et que les programmes développent des explicitations. Il serait normal que les professeurs reçoivent une formation continue. Il est important qu'ils la demandent.

Quelques éléments bibliographiques hors manuels scolaires

La Revue *Grand N*, I.R.E.M. de Grenoble BP41 38402 St Martin d'Hères

Le numéro spécial *Points de départ* (2003) qui rassemble des problèmes de mathématiques de cycle 3 jusqu'à début de collège visant à développer une attitude de recherche

Des articles

- n°60 *DE GRAEVE R, RANVILLE H. (1996) Les couleurs du carré magique : activité de résolution de problème à partir de l'observation d'un tableau dans une grande section
  *LEPINE L. (1996) Tout problème ouvert n'engage pas nécessairement une bonne recherche
- n°61 GRUGNETTI, JACQUET (1997) La résolution de problèmes par classe" considérations suisses sur les rallyes
- n°63 *BALMES, S.COPPE (1999) Les activités dans la résolution de problèmes au cycle 3
  *HOUDEMENT C (1999) Le choix des problèmes pour « la résolution de problèmes
- n°64 RODRIGUEZ (1998) Mise en boite (dans un CE2)
  HOUDEMENT et KUZNIAK (1999) Réflexion sur l'enseignement de la géométrie
- n°66 PEROZ (2000) Des problèmes dans les énoncés
- n°68 *GREFF (2002) Résolution de problèmes en grande section autour des pivotements à l'aide d'un robot de plancher
  *PELTIER (2002) Le napperon : un problème pour travailler la symétrie axiale
  *DOUAIRE (2002) Mise en commun et argumentation en mathématiques
- n°69 *JULO (2002) Des apprentissages spécifiques pour la résolution de problèmes
  *COPPE, HOUDEMENT (2002) Sur les activités concernant la résolution de problèmes à l'école primaire
- n°70 COTE, GUILLOU, VALENTIN (2003) Des crêpes pour contexte dans un CE1
- n°71 HOUDEMENT (2003) La résolution de problèmes en questions

Les livres

ERMEL (Hatier 1991 à 1999) *Apprentissages numériques et résolution de problèmes : CP* 1991, ; *CE1* 1993 ; *CE2* 1995 ; *CM1* 1997 ; *CM2* 1999 pages.
Guides pédagogiques sur le numérique et les grandeurs.
Voir aussi les cahiers d'élèves associés

ERMEL (1999) *Vrai ? Faux ? On en débat ! De l'argumentation vers la preuve en mathématiques au cycle 3*. INRP Didactiques des disciplines
Protocole de déroulement de séances pour développer le raisonnement au cycle 3.

FAYOL M. (1990) *L'enfant et le nombre du comptage à la résolution de problèmes* Delachaux et Niestlé.
Bilan des apports de la psychologie cognitive concernant le nombre

HOUDEMENT et PELTIER (1992) *Du petit ballon au jeu de cible*, *Faire des mathématiques en grande section de maternelle.* Brochure de l'I.R.E.M. de Rouen.
Une expérimentation en classe de ZEP

HOUDEMENT et PELTIER (1994) *La machine à partager. Fractions et décimaux au cours moyen*. Brochure de l'I.R.E.M. de Rouen.
Un exemple de progression par les problèmes introduisant les fractions, puis les décimaux au CM

HOUDEMENT et PELTIER (1997) Dessine-moi une séance. Brochure de l'I.R.E.M. de Rouen
Conseils méthodologiques pour préparer et faire le bilan d'une séance de mathématiques.

PEAULT H. (1992) *Un rallye pour débattre des mathématiques* 89-93 Recueil de problèmes du Rallye mathématique de Maine et Loire CNDP d'Angers

ROY L dir (2000) *Travaux géométriques : apprendre à résoudre des problèmes au cycle 3.* Groupe Primaire de l'IREM de Lille. CRDP du Nord pas de Calais.

VERGNAUD dir .(Nathan 1997) *Le Moniteur de Mathématiques* cycle 3 *Géométrie*:
Un guide pédagogique et 2 cahiers (CE2-CM1 et CM1-CM2) pour entraîner et évaluer en géométrie plane.

VERGNAUD dir (Nathan 1997) *Le Moniteur de Mathématiques* cycle 3 *Résolution de problèmes*.
Un guide pédagogique et 2 cahiers (CE2-CM1 et CM1-CM2) pour entraîner et évaluer sur problèmes additifs (+, -) et multiplicatifs (x, : et proportionnalité)

Les documents officiels du Ministère de l'Education : Programmes 2002… (DESCO)
BO Hors Série N°1 du 14 février 2002
Documents d'application des programmes du primaire. Mathématiques 2002 (cycles 2 et 3), brochures réf 755A0282 et 755A0281 , éditions CNDP ;
en ligne sur http://www.cndp.fr/doc_administrative/zoomadmin/accueil.htm
Fiches d'accompagnement (*Calculatrices* disponible , *Calcul mental* imminent, *Problèmes* en cours…) en ligne sur http://www.eduscol.education.fr

ANNEXE

Exemples de problèmes de recherche pour restaurer une certaine attitude des élèves

Organisation logique d'informations

1 CE2 (86%)
Pierre est plus grand que Paul ; Paul est plus grand que Jacques ; chacun d'eux mesure l'une des tailles 135 cm ; 127 cm ; 142 cm. Quelle est la taille de Jacques ?

2 CM1 et CM2 (100%)
Dans une famille, les 5 frères et sœurs ont du mal à se lever le matin.
Alain est toujours levé avant Brigitte. Brigitte est parfois levée avant Corinne et toujours avant Denis. Corinne ne se lève jamais avant Alain mais est parfois levée avant Eric. Eric n'est jamais levé avant Alain et Denis est toujours levé le dernier. Lequel de ces enfants se lève le plus tôt ?

Problèmes décontextualisés

3 CE2 (64%)
Complétez ce tableau pour obtenir un carré magique : la somme des nombres alignés doit être partout la même sur une ligne une colonne ou une diagonale

4 CM (96%)
Vous devez entourer quatre nombres. Il doit y avoir un nombre entouré dans chaque ligne et un dans chaque colonne. La somme des quatre nombres entourés doit être 68.

CE2

16		
11		15
12		

CM

27	5	18	6
7	41	39	2
17	0	50	14
23	10	8	82

5 CE2 à CM

Trois nombres qui se suivent ont pour somme 69. Quels sont ces trois nombres ?
Trois nombres qui se suivent ont pour somme 156. Quels sont ces trois nombres ?
Trois nombres qui se suivent ont pour somme 207. Quels sont ces trois nombres ?

Problèmes contextualisés

6 CE2 (57%)
Sur un cible (à trois zones) on lance des fléchettes : on marque 5 points dans la zone A, 3 dans la zone B et 2 dans la zone C. J'ai lancé quatre fléchettes cela me fait 13 points. Dans quelles zones ai je lancé des fléchettes ?

CM 1 (58%) et **CM2** (100%)

Sur une cible à deux zones Pierre lance 3 fléchettes, deux dans le disque A et une dans la couronne B ; il marque 17 points. Eric lance aussi 3 fléchettes, une dans le disque A et deux dans la couronne B et marque 22 points. Combien rapporte une fléchette pour chacune des zones ?

7 CE2 (70%)

Alix est sur l'escalier d'une haute tour, sur la neuvième marche à partir du bas. Elle monte 3 marches puis en descend 5 et remonte de 7 marches. Il lui reste encore 6 marches à escalade avant d'arriver en haut.

Quel est le nombre de marches de l'escalier ?

CM1 (74%)

Alix est sur l'escalier d'une haute tour, sur la trente septième marche à partir du bas. Elle monte 34 marches puis en descend 18 et remonte de 42 marches. Il lui reste encore 6 marches à escalade avant d'arriver en haut.

Quel est le nombre de marches de l'escalier ?

8 CE2 (100%)

Claude habite sur une île reliée au continent par un pont. Depuis qu'il s'est levé ce matin il a traversé 7 fois le pont. Est-il sur l'île ou sur le continent ?

CM (88%)

Claude habite sur une île reliée au continent par un pont. Depuis qu'il s'est levé ce matin il a traversé 127 fois le pont. Est-il sur l'île ou sur le continent ?

Référence : Problèmes issus en grande partie de *Un rallye pour débattre de mathématiques* 1992 CDDP d'Angers